

## PLAN DE TRABAJO PARA SEPTIEMBRE

### MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIALES I 1º BHCS

#### MATEMÁTICAS FINANCIERAS

##### AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES. INTERESES BANCARIOS. TAE

**EJERCICIO 1** : El precio de un litro de gasóleo era de 0,51 euros y, al cabo de un año, se transformó en 0,65 euros. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida?

**EJERCICIO 2** : Un hotel cobra 80 euros por día. ¿A cuánto asciende la factura de siete días, si nos descuentan un 20 % por un bono y aplican el 16 % de IVA? Halla, también, el porcentaje de subida o de bajada respecto del precio inicial.

**EJERCICIO 3** : En una papelería realizan un descuento del 15 % y cargan un 4 % de IVA, con lo que el total de la factura asciende a 145,86 euros. ¿Cuál es el precio inicial de la compra?

**EJERCICIO 4** : Una población que tenía inicialmente 300 individuos va creciendo a un ritmo del 12% cada año. ¿Cuántos individuos habrá dentro de un año? ¿Y dentro de 3 años?

**EJERCICIO 5** : Calcula en cuánto se transforman 1000 euros en un año al 7% anual si los periodos de capitalización son semestrales. Halla la T.A.E.

**EJERCICIO 6** : Emprendedores Unidos, S. A. compró una máquina por 20 000 euros. Al cabo de 5 años deciden venderla para adquirir otra más moderna. Si la máquina se deprecia un 10% anualmente, ¿cuánto dinero obtendrán por su venta?

**EJERCICIO 7** : Pedro gana 24 000 euros al año y su empresa le sube el sueldo un 2% cada año. ¿Cuánto ganará dentro de 10 años?

**EJERCICIO 8** : Se invierten 5 000 € a un interés compuesto anual, y obtenemos 8 857,80 € al cabo de un determinado número de años. Halla el tipo de interés y el número de años, si sabemos que manteniendo dos años más esa cantidad al mismo interés, habríamos recibido 10 717,94 €.

**EJERCICIO 9** : En la República de Malhestán la inflación crece anualmente un 20% desde 1995. Si en dicho año una barra de pan costaba 10 thalegos:

a) ¿cuánto costará en el año 2009?

b) ¿Qué años sobrepasará la barrera de los 100 thalegos?

**EJERCICIO 10** : ¿A Cuánto ascenderá una cantidad inicial de 20 000 € colocada al interés compuesto anual del 8% durante 5 años si:

a) los períodos de capitalización son anuales;

b) los períodos de capitalización son trimestrales;

c) los períodos de capitalización son semestrales.

**EJERCICIO 11** : ¿Al cabo de cuántos años nuestro capital inicial de 10 000 €, colocado al 7,5% de interés compuesto anual, superará los 30.000 €?

**EJERCICIO 12** : Si queremos que nuestro capital inicial se duplique en 8 años, ¿cuánto ha de valer el interés compuesto anual?

**EJERCICIO 13** : ¿Cuánto dinero hemos de depositar al 5% anual compuesto para que al cabo de 10 años tengamos 10 000 €?

**EJERCICIO 14** : Dos socios se reparten 50 000 € de beneficios. Uno coloca su parte a un interés compuesto del 4 % anual y el otro al 9%. Si al cabo de 5 años ambos tienen la misma cantidad, ¿cuánto recibió cada uno inicialmente?

**EJERCICIO 15** : A Isabel le ha tocado un premio de la lotería de 60.000 euros. Averigua cuál de las siguientes ofertas bancarias le resultará más beneficiosa:

a) Una imposición a plazo fijo de 2 años y con un interés del 6,5 % anual.

b) Abrir una cuenta de ahorros a la vista con un tipo de interés del 5,5 % anual y con periodo de liquidación mensual.

## **AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS. TABLA**

EJERCICIO 16 : Hemos de amortizar un préstamo de 60.000 euros en cuatro años. Sabiendo que cada año pagamos un cuarto del capital prestado más los intereses del capital pendiente (al 5% anual). ¿Cuánto debemos pagar cada año?

EJERCICIO 17 : Un banco nos concede un préstamo de 9.000 euros, al 6% anual, que hemos de pagar en 3 meses. Cada mes pagamos un tercio del capital prestado más los intereses del capital pendiente. ¿Cuánto debemos pagar cada mes?

## **AHORRO. SUMA**

EJERCICIO 18 : Una persona deposita anualmente 720 euros durante 30 años y se le garantiza un 7 % de interés. ¿Qué cantidad tendrá al cabo de ese periodo?

EJERCICIO 19 : Una persona ingresa 60 euros mensualmente en un fondo de pensiones al 7 %. ¿Qué capital tendrá acumulado al cabo de 30 años?

## **AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS. ANUALIDADES**

EJERCICIO 20 : Pablo solicita un préstamo de 15 000 euros al 6%, que amortizará en plazos semestrales de 1 194,16 euros. ¿Cuántos años tardará Pablo en amortizar la deuda?

EJERCICIO 21 : Para poder acumular un capital de 500 000 euros en 20 años, ¿qué anualidad debemos ingresar si el interés es del 7% anual?

EJERCICIO 22 : ¿Qué capital se forma al pagar una anualidad de 6 000 euros durante 10 años al 11%?

EJERCICIO 23 : ¿Qué mensualidad hay que pagar para amortizar 30 000 euros al 8% en 5 años?

## **RECOPIACIÓN**

EJERCICIO 24 : José Luis gana un premio en la Lotería y decide cancelar su hipoteca. Si en dicha hipoteca le concedieron 108000 euros a pagar en 15 años a un interés del 3,5% anual, y la cancela después de pagar la quinta anualidad, ¿cuánto ha de pagar para amortizar lo que le resta de deuda?

EJERCICIO 25 : Colocamos en una cuenta 2 000 euros al 3% anual. ¿Cuánto dinero tendremos en la cuenta al cabo de un año? ¿Y dentro de 4 años?

EJERCICIO 26 : ¿Cuánto pagaré mensualmente si pido prestado 50 000 euros a pagar en tres años a un interés del 9% anual?

EJERCICIO 27 : Calcular el rédito anual al que se debe colocar 6000 euros, a interés compuesto, con periodos de capitalización mensuales, para que al cabo de 10 años se conviertan en 15.000 euros.

EJERCICIO 28 : Una hipoteca de 60 000 euros al 5% se devuelve en 12 años. ¿Qué anualidad hay que pagar? ¿Qué cantidad total se devuelve?

EJERCICIO 29 : Hallar el capital final que se obtiene al invertir 3.000 euros durante 15 años al 11% anual, con periodos de capitalización trimestrales.

EJERCICIO 30 : Calcula el número de meses que tardaremos en amortizar un préstamo de 100 000 euros al 4,5%, si pagamos 2 500 euros mensualmente.

EJERCICIO 31 : Colocamos un capital a un interés compuesto del 4,5%. ¿Cuánto tiempo ha de pasar para que el capital se duplique?

EJERCICIO 32 : Hallar el capital inicial, suponiendo la liquidación mensual, que colocado al 9,25 % durante 3 años se ha convertido en 13.843,44 euros

EJERCICIO 33 : En una factura aplican un 10 % de descuento y un 16 % de IVA. Si el precio de la compra era de 320 euros, ¿cuánto hay que pagar?

**EJERCICIO 34** : Compramos un coche a plazos con las siguientes condiciones: entrada de 2 500 euros y 36 letras (mensualidades) de 410 euros. Si el interés aplicado es el 8,5%, ¿cuánto costaba el vehículo al contado?

**EJERCICIO 35** : ¿Qué te parece más rentable: gastarte anualmente en juegos de azar 60 euros y obtener un premio de 1250 euros al cabo de 15 años o depositar anualmente los 60 euros en un fondo que te ofrece un interés compuesto anual del 8%?

**EJERCICIO 36** : En un producto que ha subido por costes de fabricación un 12 % aplican un 20 % de rebaja. Si dicho producto tiene un precio de 250 euros. ¿Cuál será su precio final? ¿Ha subido o bajado (calcula que porcentaje)?

**EJERCICIO 37** : Un joven decide hacer un plan de ahorro para comprarse una moto al cabo de 5 años. Así, ingresa al inicio de cada año 1000 euros en una entidad financiera que le ofrece un interés del 8% anual. ¿Qué cantidad recibirá al finalizar el plan?.

**EJERCICIO 38** : Se invierten 15 000 € al 6% anual, con períodos de capitalización trimestrales. ¿A cuánto ascenderá el capital tras 8 años?

**EJERCICIO 39** : Una persona decide abrir un plan de jubilación para dentro de 10 años. Un banco le ofrece el 6 % anual mediante abonos de 1440 euros al principio de cada año. ¿Qué capital se habrá obtenido al final de los 10 años?

**EJERCICIO 40** : Lidia duda entre pedir un préstamo al Banco Bank, a un interés del 5% y amortizable en 12 años, o a la Caja Cash, a un interés del 6,5% y amortizable en 10 años. ¿Dónde pagará menor anualidad? ¿Dónde tendrá que devolver menos dinero? Usa para las comparaciones la cantidad de 10 000 euros.

**EJERCICIO 41** : El presupuesto de un viaje es de 600 euros Si durante un año y medio se ha ahorrado 36 euros cada mes al 6% anual. ¿Se podrá hacer el viaje?

**EJERCICIO 42** : Para amortizar una deuda en 5 años al 4% hay que pagar anualmente 1055,80 euros. ¿A cuánto asciende la deuda?

**EJERCICIO 43** : Recibimos un préstamo de 60.000 euros, al 12 % anual, que debemos amortizar en un año, pagando cada trimestre la cuarta parte del capital prestado más los intereses de la cantidad adeudada. ¿A cuánto asciende cada pago?

**EJERCICIO 44** : Un frigorífico que costaba el año pasado 1200 euros ha aumentado su precio un 10 %. Al comprarlo este año, nos rebajan un 10 %. ¿Qué precio pagamos por el frigorífico? Halla el porcentaje de subida o de bajada.

**EJERCICIO 45** : Calcula las anualidades necesarias para acumular un capital de 20 000 euros en 20 años con un interés del 9%.

**EJERCICIO 46** : Queremos solicitar un préstamo hipotecario por un capital de 80.000 euros y tenemos las ofertas de dos bancos. El primero nos ofrece para devolverlo un periodo de 12 años al 9,75% anual, mientras que el segundo nos ofrece devolverlo a lo largo de 18 años al 7%. ¿ Con cuál de las dos ofertas devolveremos menos dinero al banco si lo abonamos en sucesivas mensualidades?

**EJERCICIO 47** : ¿Qué anualidad debe pagar Alicia para formarse un capital de 100 000 euros en 15 años, si el interés es el 3,5%?

**EJERCICIO 48** : Si acumulamos semestralmente los intereses al capital,¿cuánto dinero tendremos al cabo de 5 años si depositamos 3 000 € al 4% anual?

**EJERCICIO 49** : ¿Qué cantidad tendrá que pagar anualmente una empresa para amortizar en 8 años un préstamo de 20.000 euros a un rédito fijo del 6 % anual?

**EJERCICIO 50** : En un banco se oferta un plan de jubilación con un rédito del 5 % fijo durante todo el periodo de la vida del plan. Una persona está interesada en obtener un capital final de 150.000 euros dentro de 30 años que es el tiempo que le falta para jubilarse. ¿Qué anualidad de capitalización debe aportar al principio de cada año?

1.- Efectúe  $\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] + 5 - 3\left[4 : \left(\frac{3}{5} + 1\right)\right]$ . Sol.: -49/24

2.- Efectúe  $\frac{\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)^2}{\left(\frac{5}{3} + \frac{1}{8} - \frac{7}{12}\right) : \frac{29}{12}}$ . Sol.: 2

3.- Efectúe  $\left[\frac{1}{3} + 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] - 2\left[8 : \left(\frac{3}{5} + 1\right)\right]$ .

4.- Efectúe  $\left(1 - \frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right)^{-3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(3 - \frac{7}{3}\right)^{-2}$ . Sol.:  $\frac{2}{3}$

5.- Efectúe  $\left[\frac{3}{5} - \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right]^2$

6.- Efectúe  $\frac{\left(1 - \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{4}{5} - 1\right)}{\left(\frac{2}{7} - 1\right)}$ .

7.- Efectúe y simplifique  $\frac{a^{-2}b^{-3}}{ab^{-2}} : \frac{a^3b^{-4}}{b}$ . Sol.:  $\frac{b^4}{a^6}$

8.- Efectúe y simplifique  $2ab^{-4} : \left(\frac{2b^2}{3a^3}\right)^{-2}$  Sol.:  $\frac{8}{9a^5}$

9.- Efectúe y simplifique  $3\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}\sqrt{6} - 2\sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{2}{3}}$  Sol.: 0

10.- Efectúe y simplifique  $2^3\sqrt{9} \cdot \sqrt{27}$  Sol.:  $18^{\sqrt{3}}$

11.- Efectúe y simplifique  $\sqrt{a^5\sqrt{a}} : \sqrt{a^4\sqrt{a}}$  Sol.:  $\sqrt[40]{\frac{1}{a}}$

12.- Efectúe y simplifique  $\sqrt[3]{45} - \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{180} - \sqrt[3]{80}$ .

13.- Efectúe y simplifique  $\sqrt[3]{25} : \sqrt[3]{125}$ .

14.- Efectúe y simplifique  $\sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ . Sol.: 1

15.- Efectúe y simplifique  $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} \sqrt{\frac{b}{a}}$ . Sol.:  $\sqrt[6]{\frac{a}{b}}$

16.- Efectúe y simplifique  $5\sqrt[5]{8} - 3\sqrt[10]{32} - 8\sqrt[8]{16} + 24\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$ . Sol.: 0

17.- Efectúe y simplifique  $2\sqrt{6} \cdot (2\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$ .

18.- Efectúe y simplifique  $(1 + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} - 1)$ .

19.- Efectúe y simplifique  $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[5]{9} \cdot \sqrt[6]{9}$ .

20.- Efectúe y simplifique  $\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{32}$ .

21.- Efectúe y simplifique  $\frac{(3\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{72}) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$ .

22.- Efectúe y simplifique  $\frac{\sqrt[4]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{a}}}{\sqrt[12]{\frac{a}{b}}}$ .

23.- Racionalice  $\frac{22}{5 + \sqrt{3}}$ . Sol.:  $5 - \sqrt{3}$

24.- Racionalice  $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$ . Sol.:  $\sqrt[3]{2}$

25.- Racionalice  $\frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} + 1}$ . Sol.:  $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

26.- Racionalice  $\frac{2}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}$ .

27.- Racionalice  $\frac{3xy^2}{\sqrt[3]{x^2y}}$ . Sol.:  $3y\sqrt[3]{xy^2}$

28.- Resuelva  $7(x+2) - x(x-5) = x^2$ .

29.- Resuelva  $\frac{x}{3} - \frac{5x-2}{2} < x - \frac{2-5x}{6}$ .

30.- Resuelva  $\frac{3x-1}{x-2} = \frac{3x-7}{x+4}$ .

31.- Resuelva la ecuación  $x = \frac{6}{x-1}$  y escriba otra que tenga por soluciones los cuadrados de las soluciones de la ecuación dada.

Sol.:  $x=3$  y  $2$ ;  $x^2 - 13x + 36 = 0$

32.- En la ecuación  $x^2 - 12x + c = 0$ , determine el valor de  $c$  para que las dos soluciones sean iguales. Sol.:  $36$

33.- Un grupo de chicos y chicas aporta dinero a partes iguales para ir de viaje. Si hubiera 23 personas más, les correspondería poner 3,63 euros a cada uno, y si hubiera 12 menos, pondrían 7,26 euros. ¿ Cuántas personas hay y cuánto cuesta el viaje? Sol:  $47$  y  $254,10$ .

34.- ¿ Cuáles son los números para los que su triple supera a su doble en más de ocho unidades? Sol.:  $x > 8$ .

35.- Divida 553 en dos partes, de modo que al dividir la mayor entre la menor se obtenga 3 de cociente y 65 de resto. Sol.:  $431$  y  $122$ .

36.- La suma de las áreas de dos cuadrados es  $544 \text{ cm}^2$  y su diferencia  $256 \text{ cm}^2$ . Calcule el perímetro de los cuadrados. Sol.:  $80$  y  $48 \text{ cm}$ .

37.- Las superficies de dos cuadrados suman  $74 \text{ cm}^2$  y el producto de sus diagonales es  $70$ . ¿Cuál es la longitud de sus lados? Sol.:  $5$  y  $7 \text{ cm}$ .

38.- La suma de las tres cifras de un número es seis; si se intercambian la cifra de las centenas y la de las decenas, el número aumenta en noventa unidades, pero si se intercambian la de las decenas y la de las unidades, el número aumenta en nueve unidades. Calcule dicho número. Sol.:  $123$ .

39.- Un país compra 540000 barriles de petróleo a tres suministradores distintos que lo venden a 28, 27 y 31 dólares el barril, respectivamente.

La factura total asciende a 16 millones de dólares. Si del primer suministrador recibe el 30 % del total del petróleo comprado, ¿qué cantidad ha comprado a cada suministrador?

Sol.: 162000, 63500 y 314500.

**40.-** Halle un número de dos cifras sabiendo que su valor es igual al cuádruplo de la suma de sus cifras, y que si se invierte el orden de las cifras aumenta en 36 unidades. Sol.: 48.

**41.-** En una residencia de estudiantes se compran semanalmente 110 helados de distintos sabores: vainilla, chocolate y nata. El presupuesto destinado para esta compra es de 540 euros y el precio de cada helado es de 4 euros el de vainilla, 5 euros el de chocolate y 6 euros el de nata. Conocidos los gustos de los estudiantes, se sabe que entre helados de chocolate y de nata se han de comprar el 20 % más que de vainilla. Calcule el número de helados de cada sabor que se compran a la semana. Sol.: 50,20,40.

**42.-** En una clase de 35 personas han aprobado las Matemáticas el 80 % de las chicas y el 60 % de los chicos. Calcule el número de alumnas y alumnos que tiene la clase si el número de chicas que han aprobado es el mismo que el de chicos. Sol.: 15 y 20.

**43.-** Un rectángulo tiene 34 cm. de perímetro y sus diagonales miden 13 cm. Calcule su superficie. Sol.:  $60 \text{ cm}^2$ .

**44.-** Calcule el área de un rectángulo de perímetro 26 cm. y diagonal 10 cm.

**45.-** Un país importa 21000 vehículos mensuales de las marcas X, Y y Z al precio de 7000, 9000 y 12000 euros respectivamente. Si el total de la importación asciende a 192 millones de euros, y de la marca X se importa el 40 % de la suma de las otras dos marcas, se pide:

**A)** Plantee el problema con un sistema de ecuaciones.

**B)** Resuélvalo utilizando el método de Gauss.

Sol.: 6000, 10000 y 5000.

**46.-** Calcule el sueldo bruto mensual de una persona que ha percibido 1322,1 euros después de haberle descontado un 22 % en concepto de impuesto. Sol.: 1695.

- 47.- Un comerciante compra por 95000 ptas dos objetos y los vende por 98200 ptas. Si en la venta de uno de ellos ganó el 10 % y en la del otro perdió el 8 %, ¿qué cantidad pagó por cada objeto? Sol.: 60000 y 35000.
- 48.- Se reúnen 30 personas entre hombres, mujeres y niños. Se sabe que entre los hombres y el triple de las mujeres exceden en 20 al doble de niños. También se sabe que entre los hombres y las mujeres duplican al número de niños. Halle el número de hombres, mujeres y niños que se reunieron. Sol.: 10, 10 y 10.
- 49.- Encuentre tres números de suma 106 y tales que el segundo es cuatro veces el primero, y el tercero es 6 unidades mayor que la tercera parte de la suma de los dos primeros. Sol.: 15, 60 y 31.
- 50.- Halle la diagonal de una pista de tenis de 312 metros cuadrados de área y 76 metros de perímetro.
- 51.- En el mercado, Pedro se ha gastado 11,6 € por la compra de patatas, manzanas y naranjas que estaban, respectivamente, a 1 €/Kg, 1,2 €/Kg y 1,5 €/Kg. ¿Cuántos kilos ha comprado de cada alimento si entre todos han pesado 9 Kg y, además, se ha llevado 1 Kg más de naranjas que de manzanas?
- 52.- ¿Qué número hay que añadir a los denominadores de  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{2}{3}$  para que la suma de las fracciones obtenidas sea igual a 9 veces su producto? Sol.: 7
- 53.- Halle el número cuya mitad más su raíz cuadrada sea 24. Sol.:36
- 54.- Tres amigos invierten 10000 €, 40000 € y 50000 € para abrir un negocio. Tras finalizar el primer ejercicio económico y al repartir los beneficios, el segundo obtiene 2400 € más que el primero. Calcule los beneficios del negocio.
- 55.- Una familia tiene unos ingresos mensuales de 3250 € por los sueldos de la madre, el padre y el hijo. Si la madre gana el doble que el hijo, y el padre  $\frac{2}{3}$  de lo que recibe la madre; ¿cuánto gana cada uno de los miembros de la familia?
- 56.- Un grupo de jóvenes organiza una excursión cuyo coste es de 330 euros. Aparecen 3 jóvenes más y entonces paga 1 euro menos cada uno. ¿Cuántos jóvenes fueron de excursión y cuánto pagó cada uno?



- 57.- Halle dos números pares consecutivos cuyos cuadrados sumen 452.
- 58.- Para cubrir el suelo de una habitación se dispone de dos tipos de baldosas: A (3 x 4 dm.) y B (2 x 5 dm.). Eligiendo el tipo A se necesitarían 40 baldosas menos que si se eligiera el tipo B. Calcule la superficie de la habitación.
- 59.- Un individuo invirtió 36060,73 € repartidos en tres empresas y obtuvo 2704,55 € de beneficios. Calcular la inversión realizada en cada empresa, sabiendo que en la empresa A hizo el doble de inversión que en la B y C juntas y que los beneficios de las empresas fueron del 5 % en la empresa A, 10 % en la B y 20 % en la C.
- 60.- Sabiendo que  $\log 2 = 0,301$  calcule, utilizando las propiedades de los logaritmos, el valor de la expresión  $\log \sqrt[5]{0,02}$ .
- 61.- Sabiendo que  $\log 2 = 0,301$  calcule  $\log \sqrt[3]{0,02}$ .
- 62.- Sabiendo que  $\log 2 = 0,301$  calcule  $\log 0,25$ .
- 63.- Aplicando la definición de logaritmo halle x en  $\log_{16} \left( \frac{1}{2} \right) = x$ .
- 64.- Aplicando la definición de logaritmo halle x en  $\log_{343} \sqrt{7} = x$ .
- 65.- Halle el valor de  $a$  si se cumple que  $\log_a 12 + \log_a 3 = 2$ .
- 66.- ¿Qué relación existe entre  $a$  y  $b$  si se cumple que  $\log a - \log b = 1$ ?
- 67.- Resuelva la ecuación  $3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = 117$ .
- 68.- Resuelva la ecuación  $\log \sqrt{x+1} - \log \sqrt{x} = 3$ .
- 69.- Resuelva la ecuación  $\log x^2 - \log \left( \frac{10x-9}{10} \right) = 1$ .
- 70.- Resuelva la ecuación  $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$ .

71.- Resuelva el sistema 
$$\begin{cases} \log x + \log(y+3) = \log 6 \\ \log(x+7) - \log(y+2) = 1 \end{cases}$$

72.- El 25% de los coches de una empresa son de color azul, el 30% rojos y el resto, que son 144, son verdes. ¿Cuántos vehículos tiene la empresa?

73.- María ha ido a unos almacenes de jardinería y ha comprado una maceta, una mesa de terraza y un juego de herramientas. El tiesto ha supuesto el 20% de la cuenta mientras que la mesa de terraza ha supuesto el 45%. Si el juego de herramientas costaba 238€, ¿A cuánto ascendía la cuenta total?

74.- ¿Cuánto dinero producen 15000€ al 6% de interés en un año? ¿ Y si tenemos que retirar el dinero tres meses ante del plazo que nos entregan la parte proporcional?

75.- ¿A qué rédito anual se invirtieron 1250€ si al cabo del año se han producido 30€ de interés?

76.- ¿A qué rédito anual estaba sometida una operación bancaria por la que 120€ se convirtieron al cabo de 5 años en 146€?

77.- Ingreso en un banco 20000€ y se comprometen a pagarme un 3% anual abonando los intereses semestralmente.¿ Cuánto dinero tengo al cabo de cinco años?

78.- Calcula a cuanto ascenderá la anualidad que hay que pagar para amortizar un crédito de 120000 € en 10 años al 6% anual.

79.- Elabora la tabla de amortización anual de un crédito bancario de 183000 € al 5,25% durante 20 años.

80.- Compruebe el teorema del resto en  $(2x^3 + 5x^2 - 4x + 2) : (x + 2)$ .

Sol.: R=14.

81.- Factorice  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ .

Sol.:  $P(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$

82.- Factorice  $Q(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ .

Sol.:  $Q(x) = (x - 2)^2(x + 1)$

83.- Factorice  $R(x) = 2x^2 - 5x + 3$ .

Sol.:  $R(x) = 2(x - 1)(x - \frac{2}{3})$

84.- Factorice  $S(x) = 4x^3 - 20x^2 - x + 5$ .

85.- Factorice  $T(x) = x^5 - x^3$ .

86.- Factorice  $U(x) = 2x^4 + 2x^3 - 2x - 2$ .

87.- Simplifique la fracción  $\frac{2x^3 + 9x^2 + x - 12}{x^3 + 4x^2 - x - 4}$ . Sol.:  $\frac{2x+3}{x+1}$

88.- ¿Son equivalentes las fracciones  $\frac{x+1}{x}$  y  $\frac{x^2+2x+1}{x^2+x}$ ? Sol.: Sí.

89.- Factorice el polinomio  $P(x) = x^4 + 6x^3 + 15x^2 + 18x$ . A continuación, halle  $a$  y  $b$  para que  $P(x) = (x^2 + 3x)^2 + a(x^2 + 3x) + b$ .  
Sol.:  $P(x) = x(x+3)(x^2 + 3x + 6)$ .  $a = 6$ ,  $b = 0$

90.- Dado el polinomio  $P(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 2$ , halle  $P(0)$ ,  $P(-1)$ ,  $P(2)$  y  $P(-2)$ . Sol.: 2, 1, -8 y -84.

91.- Determine el valor de  $m$  para que  $P(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  sea divisible por  $x - 3$ . Sol.:  $m = \frac{1}{3}$ .

92.- Determine  $m$  y  $n$  para que el polinomio  $P(x) = x^3 - mx^2 + 7x + n$  sea divisible por  $(x - 5)$  y sea 9 el resto de dividirlo por  $(x - 2)$ .

93.- Determine  $m$  y  $n$  para que el polinomio  $P(x) = x^3 + 2x^2 - mx - n$  sea divisible por  $(x + 3)$  y por  $(x - 3)$ .

94.- Halle m.c.d. y m.c.m. de los polinomios  $A(x) = x^2 - x - 12$  y  $B(x) = x^2 - 8x + 16$ . Sol.:  $(x - 4)$  y  $(x - 4)^2(x + 3)$ .

95.- Calcule  $\frac{3}{2x^2} - \frac{6}{5x} + \frac{2x-5}{10x^2}$ . Sol.:  $\frac{1-x}{x^2}$

96.- Calcule  $\frac{2x}{x+2} + \frac{3}{2x-4} - \frac{x}{x^2-4}$ . Sol.:  $\frac{4x^2 - 7x + 6}{2x^2 - 8}$ .

97.- Calcule  $\frac{2x+1}{x-2} \cdot \frac{x^2+x-6}{x}$ . Sol.:  $\frac{2x^2 + 7x + 3}{x}$ .

98.- Efectúe y simplifique  $\frac{6+x}{x^2} - \frac{5}{3x} + 1$ . Sol.:  $\frac{3x^2 - 2x + 18}{3x^2}$

99.- Efectúe y simplifique  $\frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x^2 - 1} : \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$ . Sol.:  $\frac{(x-3)^2 \cdot (x+3)}{(x+1)^2}$

100.- Efectúe y simplifique  $\left[ 2x : \left( x - \frac{1}{x} \right) \right] - \left( \frac{2}{x^2 - 1} \right)$ .

101.- Efectúe y simplifique  $\frac{x^2 - 2x}{x^3 - x^2} : \left( \frac{5x^2 + x - 4}{x^2 - 1} - 5 \right)$

102.- Efectúe y simplifique  $\frac{x-2}{x^2-x} : \left( \frac{3x^2+x-2}{x^2-1} - 3 \right)$ .

103.- Efectúe y simplifique  $\left[ (x-1) : \left( x - \frac{2x-1}{x} \right) \right] : \frac{x^2-x}{x-1}$ .

104.- Efectúe y simplifique  $\left( \frac{1}{1+x} - 2 \right) : \left( 2 - \frac{2x^2}{x^2-1} \right)$ .

105.- Dadas las funciones  $f(x) = 2x^2 + 3x$  y  $g(x) = \frac{x-1}{2}$ , se pide  $(f \circ g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$ .

106.- Calcule los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$

b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 - 3x^2 + 1}{3x^4 - x^2 + x - 1}$

107.- Calcule los siguientes límites: a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-2}{\sqrt{x^2+1}}$  b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{x^2-3x}$ .

108.- Determina a y b para que el polinomio  $x^3 + ax^2 + bx - 6$  sea divisible por  $x-2$  y por  $x+3$ .

109.- Calcula y simplifica:

a)  $\frac{x+1}{x} + \frac{x-2}{x^2+2} - \frac{2x-1}{x+1}$

b)  $\frac{x+2}{x-1} : \frac{x^2-1}{x^2-x^2+x-1}$

110.- Dadas las funciones

$f(x) = \frac{8}{x^2-4}$  ,  $g(x) = x+1$  ,  $h(x) = \sqrt{x-9}$

- a) Determina su dominio.  
 b)  $(f+g)(x)$  y su dominio  
 c)  $(h \circ g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$

111.- Calcula la función inversa de cada función y comprueba que son inversas:

a)  $y = \frac{3-x}{2x}$       b)  $y = \sqrt[3]{2x-3}$

112.- Representar gráficamente las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{3}{2x}$       b)  $y = -2x^2 - 4x + 1$       c)  $f(x) = |-x^2 + 4x|$

113.- a) Resuelve  $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ 2 \log x - 2 \log y = -1 \end{cases}$

b) Desarrolla y expresa en función de los logaritmos de p, q y r

$$\log \sqrt{\frac{10p^{10}r}{q}}$$

c) Opera y simplifica  $\log 24 - \frac{1}{2} \log 9 + \log 125$

114.- Determina a y b para que el polinomio  $2x^3 + x^2 + ax + b$  sea divisible por x-2 y la división de este polinomio por x+1 tenga como resto -3.

115.- Calcula y simplifica:

a)  $\frac{x+2}{2x} + (x-2) \left( \frac{1}{x^2-4} - \frac{x}{x+2} \right) : \frac{1}{x} - x$       b)  $\frac{x+2}{x-1} : \frac{x^2-1}{x^3-x^2+x-1}$

116.- Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{2x}{x^2-9}, \quad g(x) = -5x + 1, \quad h(x) = \sqrt{x-5}$$

- a) Determina su dominio.  
 b)  $(f+g)(x)$  y su dominio  
 c)  $(h \circ g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$

117.- Calcula la función inversa de cada función y comprueba que son inversas:

a)  $y = \frac{x-6}{2x}$       b)  $y = \sqrt{x^2+4}$

118.- Representar gráficamente las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{5}{x-1}$       b)  $y = -2x^2 - 4x + 1$       c)  $f(x) = |2x^2 + x + 3|$

119.- a) Resuelve  $\begin{cases} x - y = 8 \\ \log_2 x + \log_2 y = 7 \end{cases}$

b) Desarrolla y expresa en función de los logaritmos de p,q y r

$$\log \sqrt{\frac{100 p^{42} r}{q^5}}$$

c) Resuelve  $2 \log x - \log(x - 16) = 2$

120.- Halla los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4+x-2x^5}{2x^5-3x+11}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+2x} - \sqrt{4x^2-3})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5+x^2-x-1}{x^5+2x^2+x}$$

121.- Halla el m.c.m. y el m.c.d. de los polinomios  $x^2 - x - 12$  y  $x^2 - 8x + 16$

122.- Calcula y simplifica:

a)  $\frac{2x}{x+2} + \frac{3}{2x-4} - \frac{x}{x^2-4}$

b)  $\left(\frac{1}{1+x} - 2\right) : \left(2 - \frac{2x^2}{x^2-1}\right)$

123.- Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2-16}, \quad g(x) = -5x^2 - 1, \quad h(x) = \sqrt{x+5}$$

a) Determina su dominio.

b)  $(f+g)(x)$  y su dominio

c)  $(h \circ g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$

124.- Calcula la función inversa de cada función y comprueba que son inversas:

a)  $y = \frac{x+61}{5x}$

b)  $y = \sqrt{x^2+16}$

125.- Representar gráficamente las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{5}{x+1}$

b)  $y = x^2 - 4x - 1$

c)  $f(x) = |x^2 - x - 6|$

126.- a) Resuelve  $\begin{cases} \log x + \log(y+3) = \log 6 \\ \log(x+7) - \log(y+2) = 1 \end{cases}$

b) Halla el valor de a si se cumple  $\log_a 12 + \log_a 3 = 2$

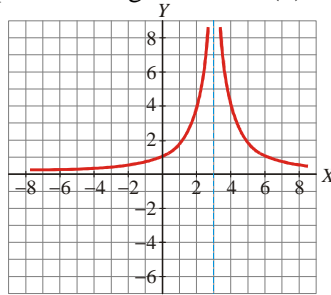
127.- a) Determina m y n para que la división del polinomio

$P(x) = 2x^3 + x^2 + mx + n$  entre  $x - 2$  sea exacta, y la división de este polinomio por  $x + 1$  tenga como resto  $-3$ .

b) Calcula y simplifica:  $\left(\frac{1}{2-x} + 1\right) : \left(2 - \frac{x}{x-2}\right)$

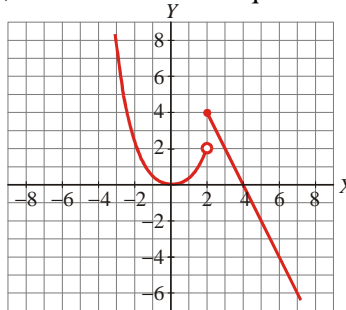
**Cálculo de límites sobre la gráfica**

128.- : Calcula los siguientes límites a partir de la gráfica de  $f(x)$ :



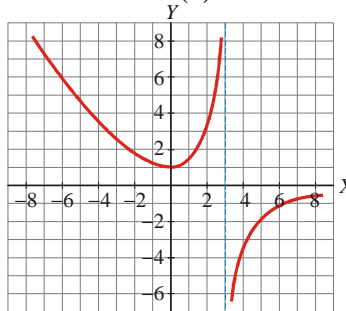
- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$    b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$    c)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$    d)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$    e)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

129.-: Dada la siguiente gráfica de  $f(x)$ , calcula los límites que se indican:



- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$    b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$    c)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$    d)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$    e)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

130.- : La siguiente gráfica corresponde a la función  $f(x)$ . Sobre ella, calcula los límites:



- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$    b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$    c)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$    d)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$    e)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

**Cálculo de límites inmediatos**

131.- Calcula los siguientes límites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4}{x^2 + 2x + 3}$    b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 9}$    c)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \cos x$    d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^2 + x + 1}$   
 e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{6-3x}$    f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \log x$    g)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( -\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} \right)$    h)  $\lim_{x \rightarrow -2} 3^{x+1}$   
 i)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x$    j)  $\lim_{x \rightarrow -2} (3-x)^2$    k)  $\lim_{x \rightarrow -8} (1 + \sqrt{-2x})$    l)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x$

**Cálculo de límites e interpretación geométrica**

132.- Calcula los siguientes límites e interpreta geoméricamente el resultado.

- |  |   |  |   |
|--|---|--|---|
| 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(2-x)^3}$ | 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x^3}{x^2 - 1}$   | 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5+3x}$            | 4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5+3x}$                   |
| 5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3}$        | 6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$       | 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2 - x}$                | 8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + 1}$        |
| 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4-x^2}$                   | 10) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{2x-6}$              | 11) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 + 1}$               | 12) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+5}{x+3}$                       |
| 13) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$  | 14) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + 3x^3)$           | 15) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 3x}{x^2 - 1}$ | 16) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{2} - x^2 \right)$ |
| 17) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{1+x^2}$       | 18) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}}$ | 19) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x^2-4}$         | 20) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 - 3x}{x^4 + 1}$        |

133.- Calcular los siguientes límites:

- |   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| a) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$   | b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2-3x} - x \right)$       | c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2+2x+1}}{2x+7}$            | d) $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{x}{x-1} \right)^{\frac{2}{x-4}}$   |
| e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x^2-1}$   | f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+1}$ | g) $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x+2}{2x} \right)^{\frac{1}{x-2}}$ | h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{x^3 + x^2 - 4x - 4}$ |
| i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3 - x^2 - x + 1}$ | j) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-2}$                             | k) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+4}{(x+1)^2}$                          | l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 - 3x + 7} - 2x$                |

134.- Calcular los siguientes límites:

- |  |   |   |   |
|--|---|---|---|
| a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 24x + 48}{x-4}$  | b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18}$ | c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+a}{x+b} \right)^{x+c}$ | d) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2 - x - 12}$                              |
| e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}}$ | f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 3x + 2}$                     | g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 1}{x^3 + x}$        | h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{x+3}$                             |
| i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{x^3-1}$      | j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-5}{\sqrt{x+4}-3}$                     | k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{2x+3} \right)^{2x}$ | l) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{\frac{x}{2}}$ |
| m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x$      | n) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 9x - 27}{x^2 - 9}$              |   |   |

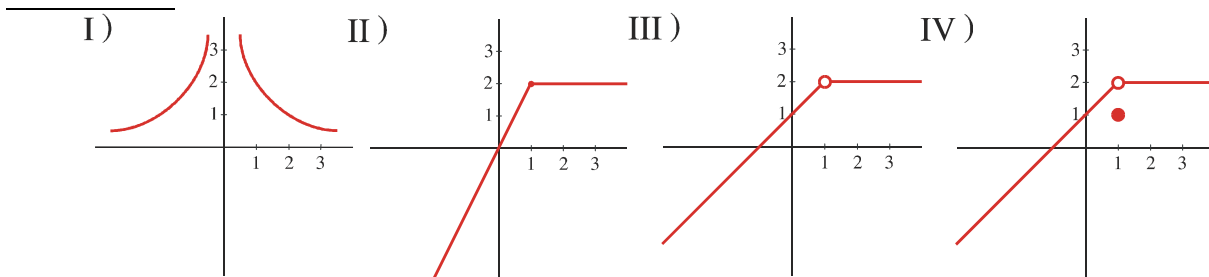
135.- Calcula el límite cuando  $x \rightarrow 3$  de cada una de las siguientes funciones y representa los resultados obtenidos en cada caso:

- |                                |                             |  |
|--------------------------------|-----------------------------|--|
| a) $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x$ | b) $f(x) = \frac{x^2}{x-3}$ | c) $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$ |
|--------------------------------|-----------------------------|--|



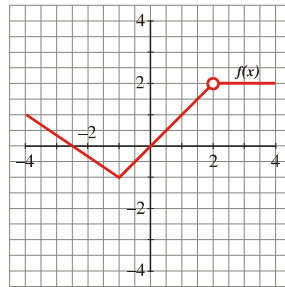
## Estudio de la continuidad a partir de una gráfica

136.-Dadas las funciones:



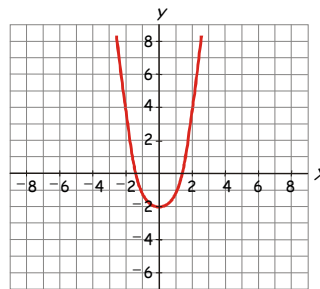
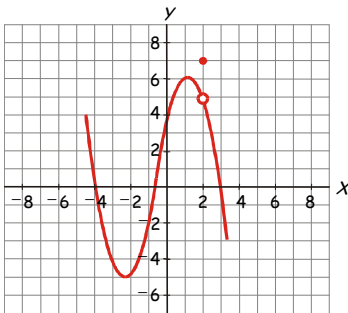
- a) Di si son continuas o no.      b) Halla la imagen de  $x = 1$  para cada una de las cuatro funciones.

137.-Dada la gráfica:



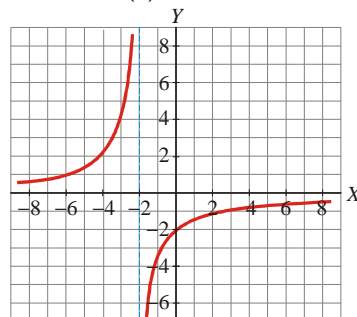
- a) Di si  $f(x)$  es continua o no. Razona tu respuesta.      b) Halla  $f(-1)$ ,  $f(0)$ ,  $f(2)$  y  $f(3)$ .

138.- ¿Son continuas las siguientes funciones en  $x = 2$ ? a) b)



Si alguna de ellas no lo es, indica la razón de la discontinuidad.

139.- Esta es la gráfica de la función  $f(x)$ :



- a) ¿Es continua en  $x = -2$ ?  
 b) ¿Y en  $x = 0$ ?  
 Si no es continua en alguno de los puntos, indica la causa de la discontinuidad.

## Estudio de la continuidad a partir de su expresión analítica

140.-Averiguar los puntos e intervalos de discontinuidad de las siguientes funciones:

$$a) y = \sqrt{\frac{x+5}{x^2-5x+6}} \quad b) y = \frac{x+5}{x^2-5x+6} \quad c) y = \sqrt{x^2-5x+6}$$

**EJERCICIO 14 :** Estudia la continuidad de las funciones siguientes y represéntalas gráficamente:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3} & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 15 & \text{si } x > 4 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad c) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ \frac{3x-1}{2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{si } x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad e) f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad f) f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

141.-Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } -6 \leq x < -2 \\ 1 & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ 2x+1 & \text{si } 1 < x < 3 \\ -2x+13 & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ 3 & \text{si } x > 5 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad c) f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{3}{x+3} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

142.-Hallar  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  siendo

$$f(x) = \begin{cases} 3-x & \text{si } x \geq 2 \\ 0 & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

a) ¿ Existe  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  ?

b) Estudia su continuidad en el punto  $x = 2$

143.-Halla el valor de k para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 1$ :

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \neq 1 \\ k & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

144.-Halla el valor de m para que  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + mx - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x + 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$  sea continua en todo R.

## Asíntotas y ramas infinitas

145.-Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a ellas:

$$a) f(x) = \frac{1}{4-x^2} \quad b) f(x) = \frac{x+3}{x^2-x-2} \quad c) f(x) = \frac{2x^2}{(x+2)^2} \quad d) f(x) = \frac{-x^3+x}{2}$$

$$e) f(x) = \frac{x^3-1}{x+3} \quad f) f(x) = \frac{x}{x^2-9} \quad g) f(x) = \frac{x^3-2x^2}{2x+1} \quad h) f(x) = \frac{x^2+2}{x+1}$$

$$i) f(x) = \frac{x^4+2x}{x^2+1} \quad j) f(x) = \frac{1-3x}{2-x} \quad k) f(x) = \frac{1+x^2}{x^3} \quad l) f(x) = \frac{x}{x+2}$$

$$m) f(x) = \frac{4x^2-3}{x} \quad n) f(x) = x^2-x$$

146.- Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{2x}{x^2-16} \quad , \quad g(x) = -5x + 1 \quad , \quad h(x) = \sqrt{x+3}$$

- Determina su dominio.
- $(f+g)(x)$  y su dominio
- $(h \circ g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$

147.- Calcula la función inversa de cada función y comprueba que son inversas:

$$a) y = \frac{x-6}{2x} \quad b) y = \sqrt{x^2+5}$$

148.- Representar gráficamente las siguientes funciones:

$$a) y = \frac{1}{x-1} \quad b) f(x) = |5x - 3|$$

149.- Determine el valor de  $p$  para que sea continua la función

$$f(x) = \begin{cases} -x-p & \text{si } x < 0 \\ x^2+p & \text{si } x \geq 0 \end{cases}. \text{ Represente gráficamente la función.}$$

150.- Utilizando la definición de derivada y dada  $f(x) = \frac{-1}{x}$ , calcule  $f'(x)$ .

151.- Derive y simplifique las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \quad b) g(x) = \frac{x^2-3}{x^3} \quad c) h(x) = \sqrt{1+x} \cdot \sqrt{1-x} \quad d) m(x) = e^{\sin^2 x}$$

152.- Determine la ecuación de la recta tangente a la curva dada por

$$f(x) = \frac{3+x}{x-2} \text{ en el punto de abscisa } x = 3.$$

153.- Estudie la monotonía y determine los extremos de la función

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x.$$

154.- Determine el valor de  $p$  para que sea continua la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x+p & \text{si } x < 2 \\ x^2+3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}. \text{ Represente gráficamente la función.}$$

155.- Halle las tangentes a la curva dada por  $y = x^3 - 2x$  paralelas a la recta  $y = x$ .

156.- Dada la función  $f(x) = \frac{mx^2 + 1}{2x + m}$  halle el valor de  $m$  para que

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 1.$$

157.- Halle la tangente a la curva dada por  $f(x) = \frac{-1}{x^2}$  en los puntos de ordenada  $-1$ .

158.- Derive y simplifique las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$    b)  $g(x) = \frac{2x^2 + 5x - 3}{5x^2}$    c)  $h(x) = (x - \sqrt{1-x^2})^2$    d)  $m(x) = 5e^{3x}$

159.- Derive y simplifique las siguientes funciones:

a)  $f(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$    b)  $f(x) = \frac{2x}{7x^2 - 3}$    c)  $f(x) = x \ln x - x$    d)  $f(x) = \sqrt{\text{sen}x + x^3}$

160.- Determine los extremos relativos de la función  $f(x) = 3 + 7x^5 - 6x^4$ .

161.- Derive y simplifique las siguientes funciones:

1.-  $f(x) = 3 + 7x^5 - 6x^4$    2.-  $f(x) = \sqrt{x^3}$    3.-  $f(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2}$

4.-  $f(x) = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^2$    5.-  $f(x) = x \text{sen}x$    6.-  $f(x) = \text{tg}x - \text{sec}x + \text{cos}x$

7.-  $f(x) = x^2 + x^3 + \text{sen}x$    8.-  $f(x) = \text{sen}x + \text{cos}x$    9.-  $f(x) = \text{tg}x \cdot \text{sen}x$

10.-  $f(x) = \frac{\text{cos}x}{x^2}$    11.-  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$    12.-  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^3}$

13.-  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$    14.-  $f(x) = \frac{5\sqrt{x}}{x^2}$    15.-  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$

16.-  $f(x) = \text{sen}x \cdot \text{cos}x$    17.-  $f(x) = \sqrt{2} \ln 5$    18.-  $f(x) = (x+1)(x-1)$

19.-  $f(x) = (x+1)(x-1)(x^2 + 1)$    20.-  $f(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$    21.-  $f(x) = \frac{x+3}{x^2}$

22.-  $f(x) = \frac{2x}{7x^2 - 3}$    23.-  $f(x) = x^{-5} + 2x^{-3} - x^{-2}$    24.-  $f(x) = x \ln x - x$

$$25.- f(x) = \operatorname{sen}x^3 \quad 26.- f(x) = \sqrt{\operatorname{sen}x + x^3} \quad 27.- f(x) = 3x^5 \cdot \operatorname{sen}^2x$$

$$28.- f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{sen}x^2} \quad 29.- f(x) = \ln(\operatorname{sen}\sqrt{x}) \quad 30.- f(x) = \operatorname{tg}\sqrt{3x}$$

$$31.- f(x) = \frac{(x^2 - 3)^3}{2^x} \quad 32.- f(x) = \cos^3(4x^2 - 3) \quad 33.- f(x) = (2x + 1)^6$$

$$34.- f(x) = \frac{(x - 2)^2}{(x + 2)^2} \quad 35.- f(x) = (x^2 - 1)^{\frac{1}{3}} \quad 36.- f(x) = \sqrt{\frac{1 + x}{1 - x}}$$

$$37.- f(x) = \sqrt{1 + x} \cdot \sqrt{1 - x} \quad 38.- f(x) = \frac{2}{(x + 1)^2} \quad 39.- f(x) = (x + 1)^{-4}$$

$$40.- f(x) = \ln \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \quad 41.- f(x) = \ln \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}} \quad 42.- f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$43.- f(x) = 5^{2x} \quad 44.- f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad 45.- f(x) = (x - \sqrt{1 - x^2})^2$$

$$46.- f(x) = \left(\frac{1 - x}{1 + x}\right)^{\frac{1}{2}} \quad 47.- f(x) = x \cos 2x \quad 48.- f(x) = \sec x^2$$

$$49.- f(x) = \ln \operatorname{sen}x \quad 50.- f(x) = \ln \cos 2x$$

**162.-** Tras un estudio demográfico se ha determinado que el número de habitantes de una población, en los próximos años, vendrá dado por la función  $f(x) = \frac{14500x + 7200}{2x + 1}$ , donde  $x$  es el número de años transcurridos de ahora en adelante. Calcule la variación media de la población entre  $x = 2$  y  $x = 4$ , así como la variación instantánea transcurridos cinco años.

**163.-** Una bacteria ha infectado a un número de personas dado por la función  $f(x) = 210 - 2x^2 - x$ , siendo  $x$  el número de días transcurridos desde que se detecta la enfermedad. Calcule la variación media del número de personas infectadas entre el tercer y el quinto día.

**164.-** Compruebe que no existe ningún valor de  $x$  que anule a la primera derivada de la función  $f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$ , y que para  $x = 0$  se anula la derivada segunda.

**165.-** Determine el valor, que para  $x = 1$ , toma la derivada de la función  $f(x) = 2x^5 - 3(x-1)\ln x + 4e^x \ln x$ .

**166.-** Se considera la función  $f(x) = (x^2 + 7x - 8)^3$ . Halle su derivada desarrollando primeramente la potencia y luego aplicando la regla de la cadena. ¿Se obtiene el mismo resultado?

**167.-** ¿ En qué punto de la curva de la función  $f(x) = x \ln x - x$  la pendiente de la tangente vale 1?

**168.-** Halle la ecuación de la recta tangente a la curva  $f(x) = \ln x$  paralela a la recta  $3x - y = 2$ .

**169.-** Utilizando la definición de derivada y dada  $f(x) = \sqrt{x+1}$ , calcule  $f'(x)$ .

**170.-** Derive y simplifique las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{sen} x$     b)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$     c)  $f(x) = \operatorname{sen} x^3$     d)  $g(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 1}$

**171.-** Halle las dimensiones que hacen máximo el volumen de una piscina de base cuadrada si la superficie total a recubrir es de 192 metros cuadrados.

## OPTIMIZACION

**Jun 08** En la construcción de un túnel, el porcentaje de roca fragmentada o de mala calidad viene dado por el siguiente modelo matemático.  $R(x)$  representa dicho porcentaje cuando la distancia a la boca del túnel es  $x$  (en kilómetros). Si en algún tramo de la perforación el porcentaje supera el 40%, se deberán reforzar las medidas de sostenimiento y seguridad de la estructura.

$$R(x) = \frac{x^3}{3} - 4.5x^2 + 18x + 15 \quad 0 \leq x \leq 7$$

- (a) Indica en qué tramos de la perforación el porcentaje crece y en cuáles decrece.
- (b) Dibuja la gráfica de la función. ¿Será necesario reforzar las medidas mencionadas?
- (c) Señala los máximos y mínimos (absolutos y relativos), así como los puntos de inflexión de la curva.

**Sept 08** Un pueblo está sumergido bajo las aguas de un embalse. Si el volumen de agua baja hasta un nivel del 15%, es posible ver la torre de la iglesia.  $V(x)$  representa dicho nivel (en %) en los últimos 4 meses y medio ( $x$  es el tiempo, en meses, desde el inicio de la medición):

$$V(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 34 \quad 0 \leq x \leq 4.5$$

- (a) Indica en qué intervalos de tiempo el volumen de agua crece y en cuáles decrece.
- (b) Dibuja la gráfica de la función. ¿Llegó a verse la torre?
- (c) Señala los máximos y mínimos (absolutos y relativos), así como los puntos de inflexión de la curva.

**Jun 09** Dada la función  $f(x) = \frac{a}{x^2} + x^2$  ( $x > 0$ ), donde  $a$  es una constante,

- (a) Si se supiera que  $f'(2) = 1$ , donde  $f'$  es la derivada de  $f$ , ¿cuánto valdría  $a$ ?

**Jun 09** La temperatura de una habitación entre las 17 horas y las 20 horas de cierto día queda descrita bastante bien a partir de la siguiente función ( $T(x)$  representa la temperatura a las  $x$  horas):

$$T(x) = 37 \frac{x^2}{2} - 342x - \frac{x^3}{3} + 2124 \quad 17 \leq x \leq 20$$

- (a) Indica los intervalos de tiempo en que la temperatura subió y aquéllos en que bajó.
- (b) Dibuja la función. ¿Cuándo se alcanzan la temperatura más alta y la más baja? ¿cuánto valen?
- (c) ¿La función tiene algún máximo o mínimo relativo que no sea absoluto?

**Sept 09** Entre 2000 y 5000 revoluciones por minuto, la potencia de un motor viene dada aproximadamente por la siguiente función.  $P(x)$  es la potencia en caballos de vapor para  $x$  miles de revoluciones por minuto:

$$P(x) = -12x^3 + 90x^2 - 144x + 84 \quad 2 \leq x \leq 5$$

- (a) ¿Crece siempre la potencia cuando las revoluciones del motor aumentan?
- (b) Dibuja la gráfica de la función. ¿A qué revoluciones se alcanza la mayor potencia?
- (c) ¿Tiene la curva de potencia algún punto de inflexión?

**Jun 10**  
**Fase general** La temperatura de un plato viene dada en función del tiempo que lleva elaborado a través de la expresión ( $f(x)$  representa la temperatura en °C a los  $x$  minutos):

$$f(x) = \begin{cases} 56 - 6x & \text{si } 0 \leq x \leq 5, \\ 20 + \frac{30}{x} & \text{si } x > 5. \end{cases}$$

- a) Dibuja la gráfica de la función. ¿En qué instante de tiempo la temperatura del plato es máxima?
- b) El plato debe ser recalentado si su temperatura baja de los 20°C. Por mucho tiempo que pase desde su elaboración, ¿será necesario recalentar el plato?

**Jun 10**  
**Fase específica** Si  $f(x)$  representa el coste medio (en €) por kg de alimento preparado en una determinada empresa para una jornada en la que se han producido  $x$  kg de alimento, se tiene que:

$$f(x) = 2 + x + \frac{9}{x}, \quad x > 0.$$

- a) Dibuja la gráfica de la función. ¿Aumenta alguna vez el coste medio? ¿Cuál debe ser la cantidad de producto que se debe preparar en una jornada para minimizar el coste medio por kg de alimento?
- b) Será necesario un reajuste del proceso si no es posible conseguir un coste medio menor de 10€. ¿Se necesita reajustar el proceso?

**Jun 12**  
**Fase**  
**general**

La energía que produce una placa solar viene descrita por la siguiente curva en función del tiempo transcurrido desde que amanece ( $f(x)$  representa la energía producida a las  $x$  horas de haber amanecido):

$$f(x) = \begin{cases} 10x - x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 8, \\ \frac{1024}{x^2} & \text{si } 8 < x \leq 12. \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de la función  $f$  en su dominio.  
b) ¿En qué momento del día la placa produce más energía? ¿cuánto produce en ese momento?

**Jun 12**  
**Fase**  
**específica**

El tiempo que un empleado tarda en realizar una tarea varía durante los cuatro primeros meses de contrato según su experiencia. Así, la función que relaciona el tiempo empleado en realizar la tarea con la experiencia del operario es ( $f(x)$  representa el tiempo, en horas, que tarda en realizar la tarea un empleado que lleva contratado un tiempo  $x$ , medido en meses):

$$f(x) = \begin{cases} 12 - x^2 & \text{si } 0 < x \leq 2, \\ (x - 4)^2 + 4 & \text{si } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

- a) Representa gráficamente la función  $f$ . ¿Es el tiempo necesario para realizar la tarea una función continua del tiempo de experiencia?  
b) ¿En qué momento el tiempo necesario para realizar la tarea es mínimo? ¿Cuánto tiempo le lleva finalizar la tarea en ese instante? ¿Consigue el empleado finalizar la tarea en menos de 3 horas en algún momento durante los primeros cuatro meses de contrato?

**Julio 12**  
**Fase**  
**general**

Un dispositivo de 10 años de duración tiene una tasa de fallos que depende del tiempo que lleve en funcionamiento a través de la expresión ( $f(x)$  representa la tasa de fallos en el instante  $x$ , medido en años):

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + 10x^2 - 69x + 200, \quad 0 \leq x \leq 10.$$

- a) Indica el intervalo de tiempo en el que la tasa de fallos crece y aquel en el que decrece.  
b) ¿Cuándo se alcanza la tasa de fallos más baja? ¿Cuánto vale?

**Julio 12**  
**Fase**  
**específica**

Un modelo simplificado de la altura a la que se encuentra un proyectil conduce a la siguiente expresión ( $f(x)$  representa la altura, en metros, a la que se encuentra el proyectil a los  $x$  segundos de ser lanzado):

$$f(x) = 250 - \frac{250}{x+1} - 10x, \quad 0 \leq x \leq 24.$$

- a) Dibuja la gráfica de la función. ¿En qué instante el proyectil empieza a caer?  
b) ¿Podríamos derribar con él un objeto que vuela a 250 metros de altura?

**Jun 13**  
**Fase**  
**general**

La temperatura de un horno viene descrita por la siguiente curva en función del tiempo que lleva encendido ( $f(x)$  representa la temperatura en  $^{\circ}\text{C}$  a los  $x$  minutos):

$$f(x) = \frac{900x + 200}{x + 10}, \quad x > 0.$$

- a) Representa gráficamente la función  $f$ . ¿Disminuye la temperatura del horno en algún instante?  
b) Sabiendo que los materiales del horno se deterioran si éste alcanza los  $1000^{\circ}\text{C}$ , ¿habría que apagar el horno en algún momento para que no sufra daños?

**Jun 13**  
**Fase**  
**específica**

La temperatura (en  $^{\circ}\text{C}$ ) de una pieza viene dada por la función

$$f(x) = 10 \frac{3x + 4}{2x + 5} \quad \text{con } x \geq 0,$$

donde  $x$  representa el tiempo en horas desde su fabricación.

- a) Representa gráficamente la función  $f$ . ¿Disminuye la temperatura de la pieza en algún instante?  
b) ¿Cuál es la temperatura inicial a la que se fabrica la pieza? Sabiendo que la pieza se deteriora si alcanza los  $20^{\circ}\text{C}$ , ¿hay riesgo de que la pieza se deteriore?